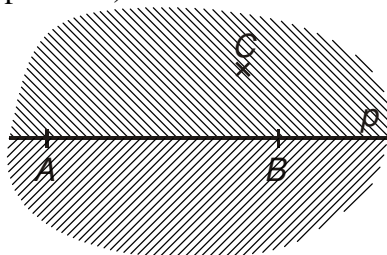


3.1.2 Polorovina, úhel

Předpoklady: 3101

Přímka dělí rovinu na dvě navzájem opačné poloroviny a je jejich společnou hranicí (hraniční přímkou).



Hraniční přímka patří do obou polorovin.

Body, které neleží na hraniční přímce se nazývají vnitřní body.

Horní polorovinu značíme $\mapsto pC$ nebo $\mapsto ABC$ (pomocí vnitřního bodu C).

Poznámka: Podobná situace jako u bodu, který dělí přímku na polopřímky.

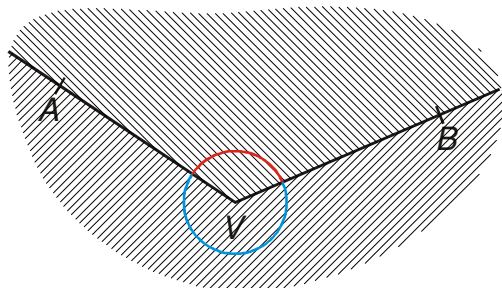
Dvě polopřímky VA , VB dělí rovinu na dva úhly AVB .

Polopřímky VA , VB nazýváme ramena, bod V vrchol. Ramena patří do obou vzniklých úhlů, ostatní body roviny jsou vnitřní body jednoho ze vzniklých úhlů.

Mohou nastat tři situace:

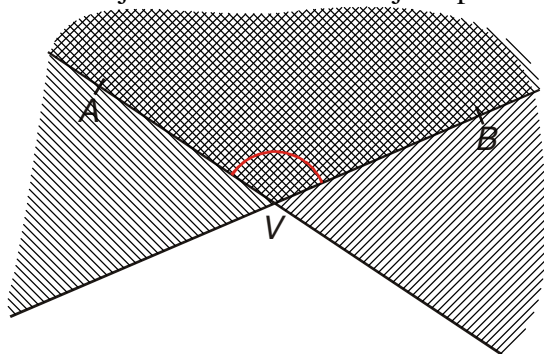
1. Polopřímky VA , VB jsou různé a neopačné

$\Rightarrow$ vzniknou konvexní a nekonvexní úhel AVB .



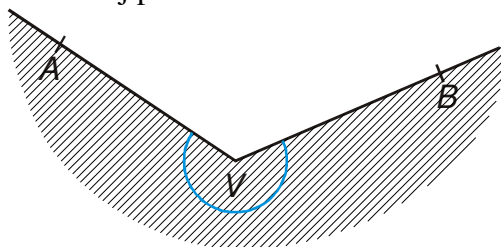
Horní úhel na obrázku se nazývá **konvexní úhel AVB** (značíme $\sphericalangle AVB$), dolní se nazývá **nekonvexní úhel AVB** .

Př. 1: Zdefinuj konvexní úhel AVB jako průnik polorovin.



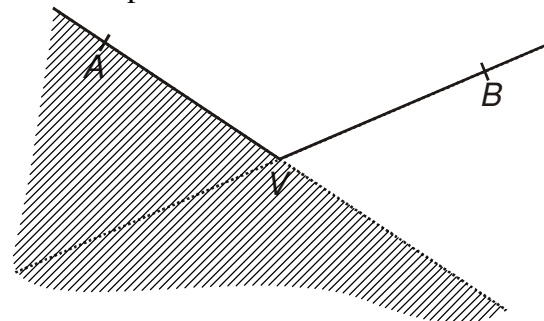
Z obrázku je zřejmé, že konvexní úhel AVB je průnikem polorovin VAB (hraniční přímka VA a vnitřní bod B) a VBA (hraniční přímka VB a vnitřní bod A)

Př. 2: Zdefinuj pomocí dvou rovin nekonvexní úhel AVB .

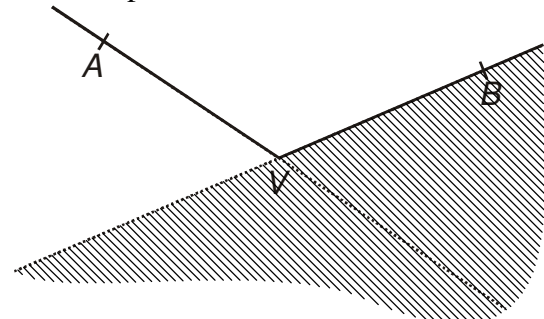


Z obrázku je vidět, že nekonvexní úhel AVB není možné definovat jako průnik polorovin, můžeme ho definovat jako sjednocení polorovin opačných k polorovinám VAB a VBA .

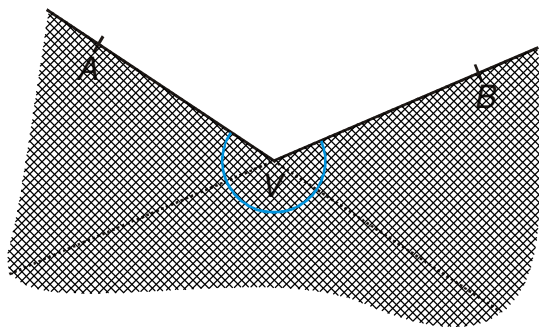
Rovina opačná k rovině VAB



Rovina opačná k rovině VBA

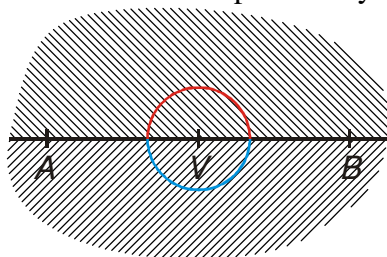


Jejich sjednocením je nekonvexní úhel AVB .



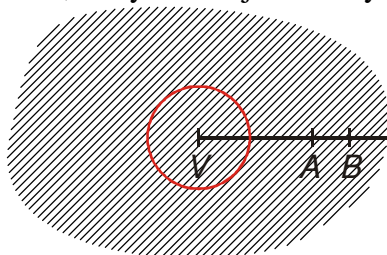
2. Polopřímky VA , VB jsou různé a opačné

$\Rightarrow$ vzniknou dva přímé úhly AVB .



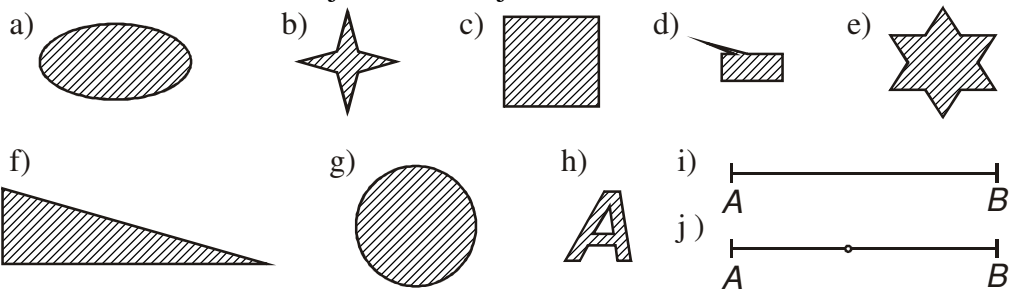
3. Polopřímky VA , VB splývají

$\Rightarrow$ vznikne jednak nulový úhel AVB (obsahuje pouze obě splývající polopřímky) a plný úhel AVB , který obsahuje všechny ostatní body roviny jako své vnitřní body.



Konvexnost a nekonvexnost se rozlišuje i u jiných geometrických útvarů.

Př. 3: Rozhodni, které z následujících útvarů jsou konvexní a které nekonvexní.



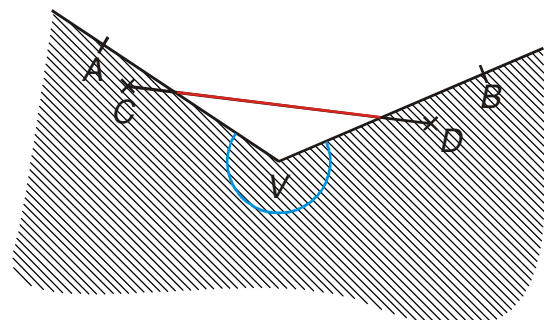
(v příkladě j) jde o úsečku bez jednoho vnitřního bodu).

Konvexní útvary jsou útvary, které nemají „díry“ nebo „prohlubně“. Proto mezi konvexní útvary patří útvary na obrázcích a), c), f), g) a i). Nekonvexní jsou útvary na obrázcích b), d), e), h) a j).

Definice konvexnosti typu „útvary, které nemají díry nebo prohlubně“ není matematicky korektní.

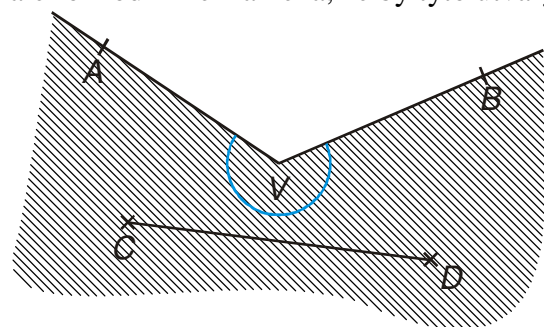
Geometrický útvar se nazývá konvexní, právě když úsečka s krajními body v libovolných dvou bodech útvaru je částí tohoto útvaru. Útvar, který není konvexní, se nazývá nekonvexní.

Př. 4: Nakresli nekonvexní úhel AVB a do něj takové dva body C, D , které nesplňují podmínku pro konvexní útvar (tedy body z nichž poznáme, že tento úhel není konvexní).



Červená část úsečky, leží mimo vyznačený úhel $AVB \Rightarrow$ úhel není konvexní.

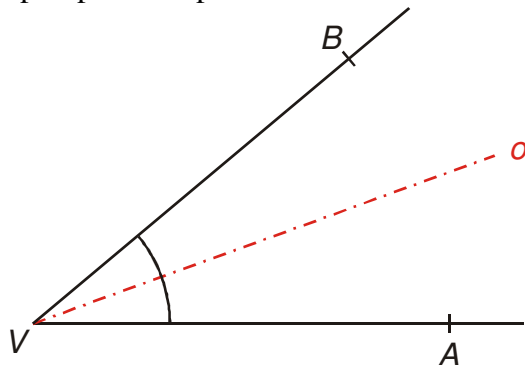
Poznámka: Je důležité zmínit, že útvar je konvexní, když podmínku v definici splňují každé dva body. I u nekonvexních útvarů není těžké najít dvojice bodů, které podmínku splňují, což ale rozhodně neznamená, že by tyto útvary byly konvexní.



Stejně jako u všech ostatních útvarů můžeme přemístěním rozhodnout o shodnosti úhlů $\Rightarrow \sphericalangle AVB \cong \sphericalangle CUD$ (úhel AVB je shodný s úhlem CUD)

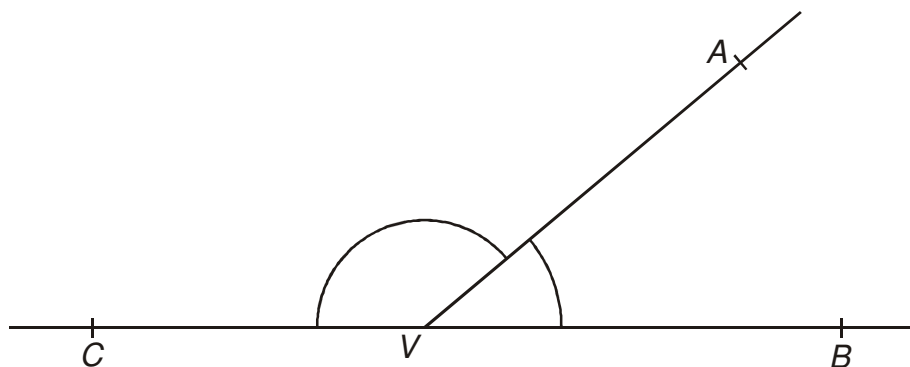
Osa úhlu

- polopřímka s počátkem ve vrcholu úhlu, která úhel rozdělí na dva shodné úhly



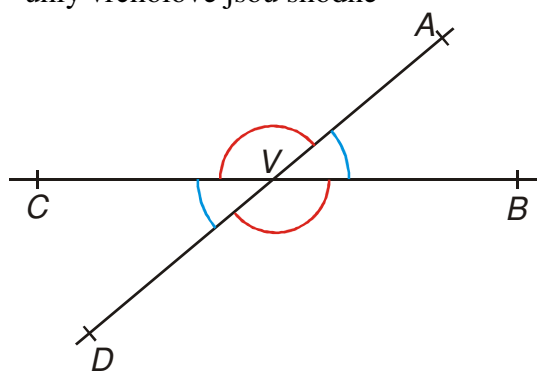
Úhly vedlejší

- dva konvexní úhly AVB, AVC , které mají společné rameno VA a ramena VC a VB jsou navzájem opačné polopřímky $\Rightarrow$ jejich součet je úhel přímý



Úhly vrcholové

- dva konvexní úhly AVB , CVD , jejichž ramena VA , VD a rovněž tak VB , VC jsou navzájem opačné polopřímky
- také úhly AVC a BVD jsou úhly vrcholové
- úhly vrcholové jsou shodné



Př. 5: Na obrázku jsou v rovině dány tři body A, B, C neležící v přímce. Do obrázku vyznač:

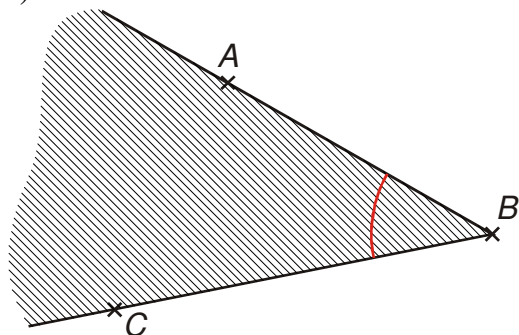
- konvexní úhel ABC ,
- vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu CAB ,
- nekonvexní úhel ACB ,
- vedlejší úhel ke konvexnímu úhlu ABC a ramenem BC .

A
x

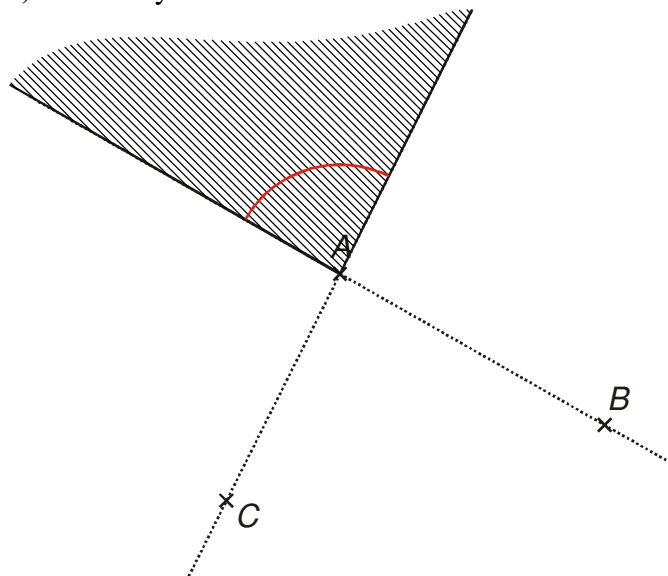
B
x

C
x

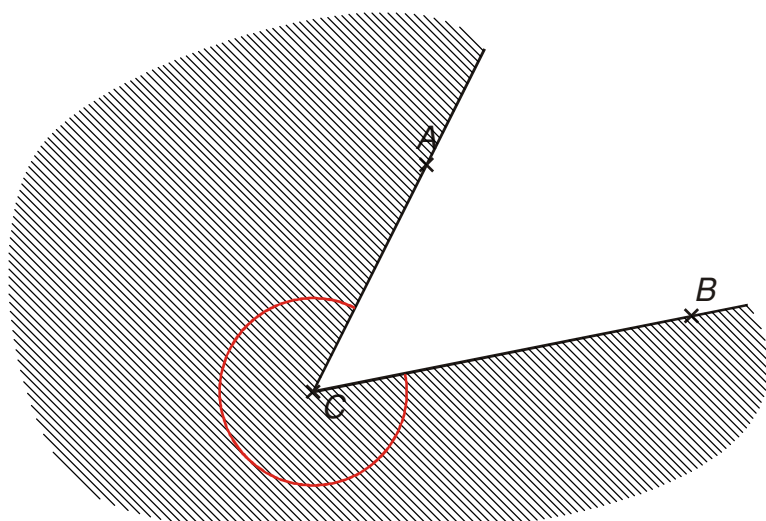
a) konvexní úhel ABC



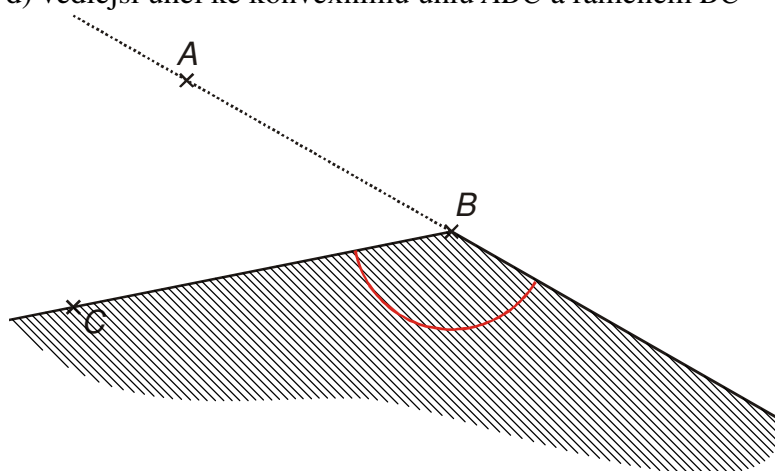
b) vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu CAB



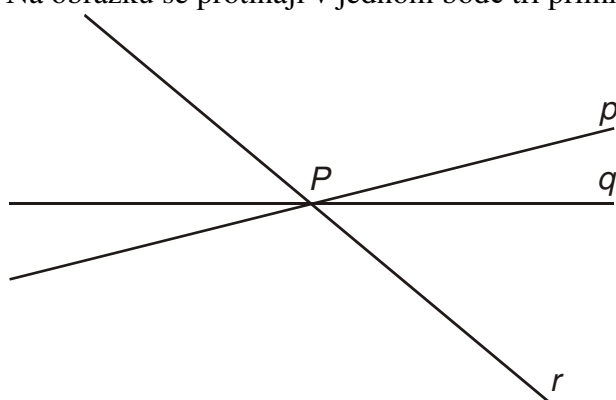
c) nekonvexní úhel ACB



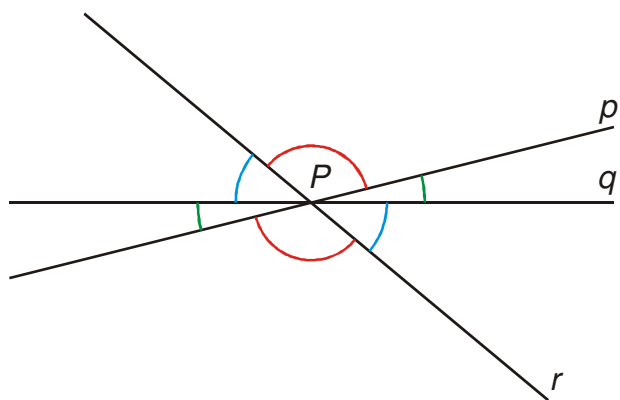
d) vedlejší úhel ke konvexnímu úhlu ABC a ramenem BC



Př. 6: Na obrázku se protínají v jednom bodě tři přímky. Označ shodné úhly.

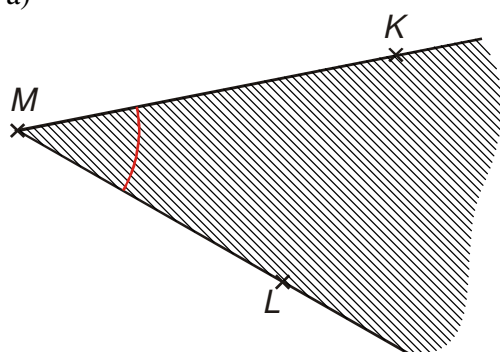


Shodné jsou vždy dvojice vrcholových úhlů.

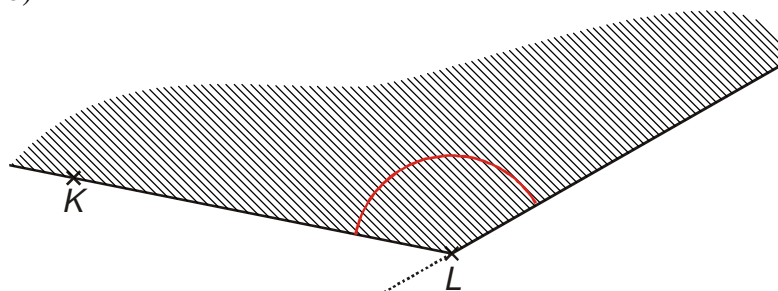


Př. 7: Popiš pomocí bodů K , L , M a pojmu konvexní, nekonvexní, vedlejší, vrcholový úhly na obrázcích.

a)

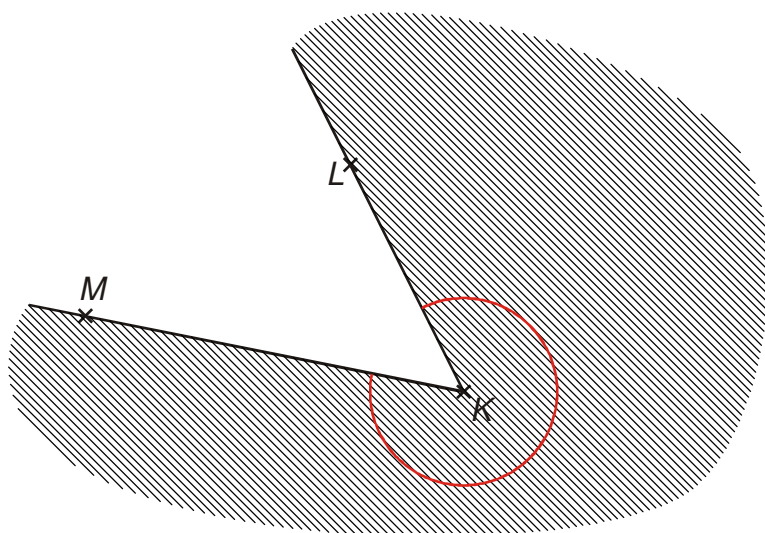


b)

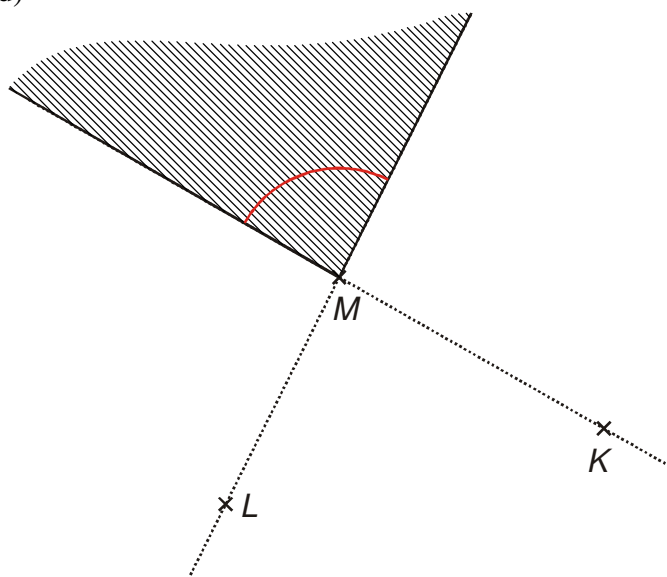


c)

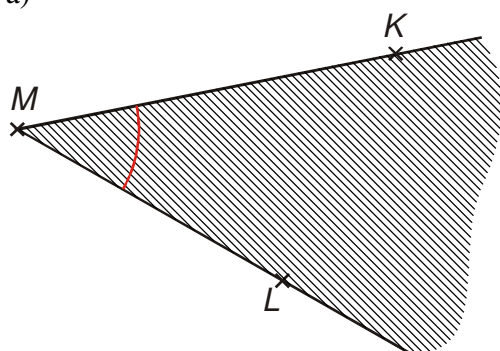




d)

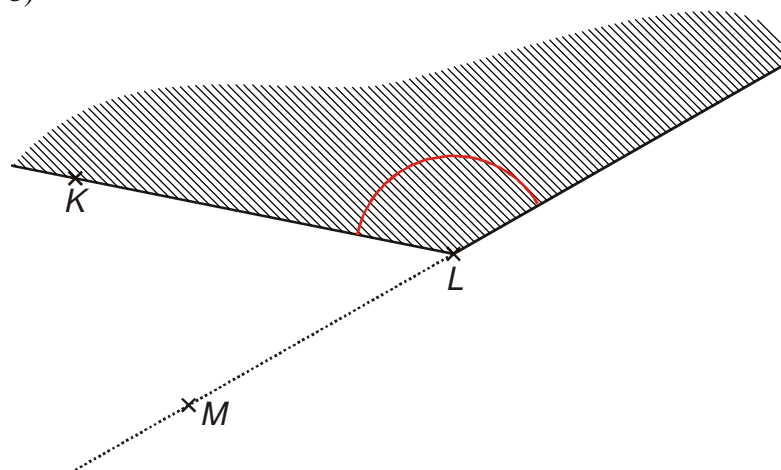


a)



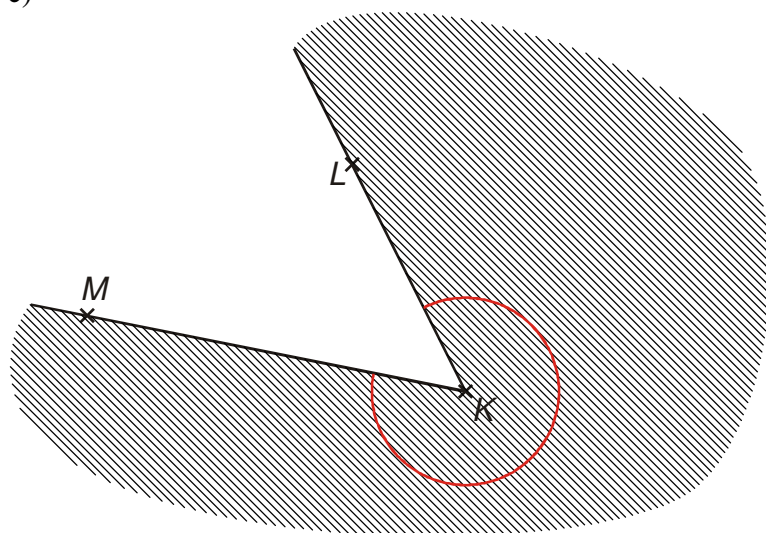
konvexní úhel KML

b)



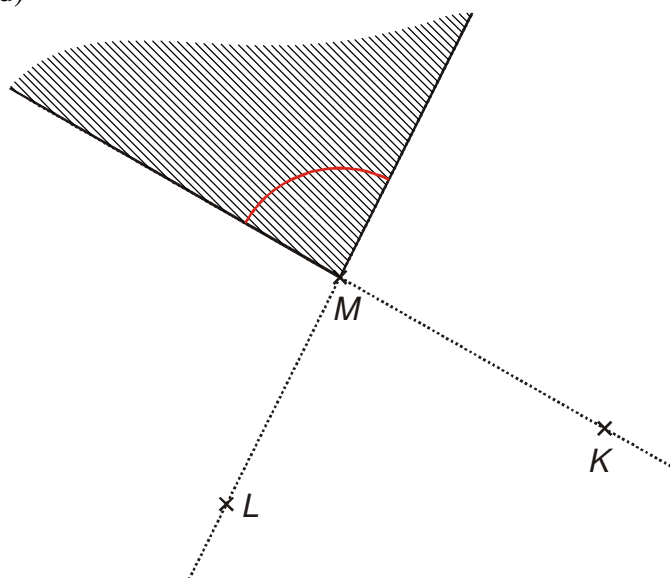
vedlejší úhel k úhlu MLK s ramenem LK

c)



nekonvexní úhel LKM

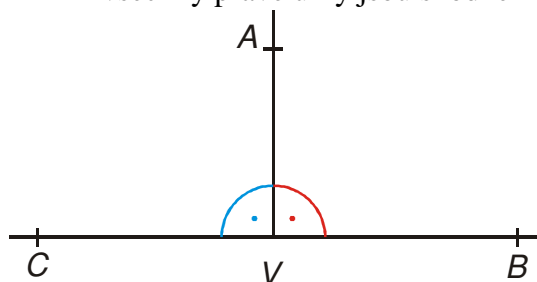
d)



vrcholový úhel ke konvexnímu úhlu KML

Pravý úhel

- úhel, který je shodný se svým vedlejším úhlem
- všechny pravé úhly jsou shodné



Velikost úhlu

- nezáporné číslo, které získáme porovnáváním s úhlem jednotkové velikosti, značíme $|\sphericalangle AVB|$.

- shodné úhly mají stejnou velikost

$|\sphericalangle AVB| > |\sphericalangle CUD| \Rightarrow$ úhel AVB je větší než úhel CUD

Jednotky úhlu

- **úhlový stupeň šedesátinný** (označení 1°) je $\frac{1}{90}$ pravého úhlu. Úhlový stupeň se dělí na úhlové minuty ($1'$), úhlová minuta se pak dělí na úhlové sekundy ($1''$). Platí: $1^\circ = 60' = 3600''$.
- **úhlový stupeň setinný** neboli **grad** (označení 1^s) je $\frac{1}{100}$ pravého úhlu. Grad se dělí na sto setinných minut, setinná minuta na sto setinných sekund.
- pokud měříme velikost úhlu pomocí **obloukové míry**, je základní jednotkou **radián** (platí $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ (více později))

Ostrý úhel – konvexní úhel, menší než pravý

Tupý úhel – konvexní úhel, větší než pravý

Úhly je možné i sčítat a odčítat.

Př. 8: Zaved' sčítání a odčítání úhlů doplněním vět:

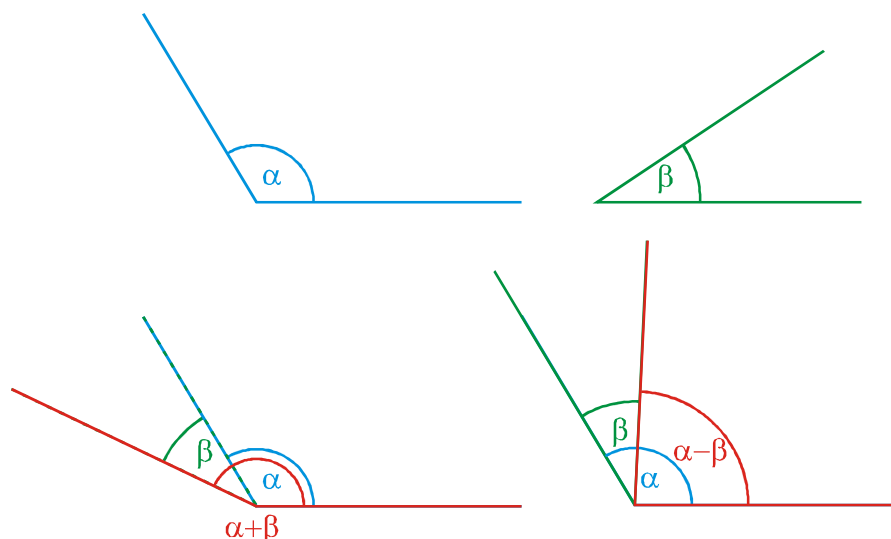
Součtem úhlů o velikostech α , β je

Rozdílem úhlů o velikostech α , β je

Součtem úhlů o velikostech α , β je každý úhel o velikosti $\alpha + \beta$.

Rozdílem úhlů o velikostech α , β je každý úhel o velikosti $\alpha - \beta$.

Příklad součtu a rozdílu úhlů je na obrázku:



Př. 9: Urči v šedesátinných stupních velikost úhlů, které svírají ručičky na hodinách v:
a) 7:00 b) 4:30

a) velká ručička ukazuje 12, malá 7 $\Rightarrow$ konvexní úhel je 5 dílků.

Velikost jednoho dílku $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \Rightarrow$ konvexní úhel má velikost 150° , nekonvexní 210° .

b) velká ručička ukazuje 6, malá mezi 4 a 5 $\Rightarrow$ konvexní úhel je 1,5 dílku. Velikost jednoho dílku $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \Rightarrow$ konvexní úhel má velikost 45° , nekonvexní 315° .

Shrnutí: